



XI
GLOR



AD THEOREMA GEOMETRICVM,

A'

NOBILISSIMO VIRO Propositum,

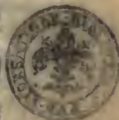
IOANNIS CAMILLI GLORIOSI Responsum.

Huic subnectitur solutio hactenùs desiderata Prop. 19. lib. 2. Arithmeticorum Diophanti Alexandrini, ex vnica tantùm facta hypostasi,

Hucusq; à nemine (quod sciam) præstita, tentauit id sed duplici hypostasi Simon Steuinus, seu potiùs Princeps Auraicus Mauritius.

SVPERIORVM PERMISSV, ET PRIVILEGIO.







VENETIIS, MDCXIII.

Apud Thomam Baglionum.

MO

ILL. VIRO

D. AVGVSTINO AMVLIO,

Amplissimo Senatori Veneto.



IR quidam nobilißimus exercitationis gratia, vel fortè alia de causa Geometricum Theorema mihi proposuit, cui ut satisfacerem, libentißimè munus arripui; Quod tandem ut publici iuris fieret, id præcipuum in causa fuit, ne tali adinuento Matheseos studiosos defraudarem, continet enim materiam nouam, & sanè elementarem: Et ne Geometricum Theorema prodiret solitarium, ei comitem adiunximus Zetesim Arithmeticam Diophantæam, non minoris difficultatis & elegantiæ, vnica tantùm hypostasi absolutam, res equidem à quamplurimis doctißimis Viris diù vestigata, nec adhuc (quod sciuerim) adinuenta; vnum tamen Simonem Steuinum Brugensem, Virum

egregium, ſeu potius Principem Auraicum Mauritium, & rei bellicæ & Mathematicarum cognitione longè Illuſtriſsimum, id ſed duplici hypoſtaſi præſtitiſſe legimus. Te vnicum elegi AMVLI Senator integerrime, ſub cuius auſpicijs hi noſtri, qualeſcumque ſint labores, Mathematicis auris perfruentur. Accipe igitur quo ſoles animi candore, quæ ab homine tui amantiſsimo, tibique deuinctiſsimo non minori animi integritate ob ſuam in te ſingularem obſeruantiam offeruntur, nec te conturbet muneris exilitas, ſi exilitas in his inuentionibus domicilium habere dicitur, Mathematicæ enim lucubrationes non voluminis magnitudine, vt in reliquis artibus fieri ſolet, ſed demonſtrationum felicitate gloriantur. Vale Venetijs die 25. Nouembris 1612.

Tuæ Amplitudini

Addictiſsimus

Ioannes Camillus Glorioſus Geophonenſis.

AD THEOREMA GEOMETRICVM,

A' NOBILISSIMO VIRO Propositum,

IOANNIS CAMILLI GLORIOSI Responsum.

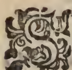
THEOREMA PROPOSITVM.



I semicirculi diameter producatur, & à quouis puncto productæ diametri in cauam semicirculi periferiam ducantur duæ rectæ lineæ, num anguli à dictis rectis lineis, & producta diametro comprehensi, arcubus semicirculi, quibus insistunt, proportionales sint, determinare.

Ad determinationem huius Geometrici propositi Theorematis vnico Lemmate, tanquam duce vtar.

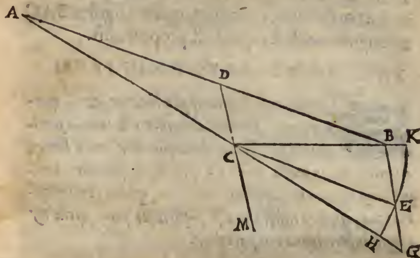
LEMMA.



I trianguli obtusanguli ABC latus AB, quod opponitur angulo obtuso ad C, dimidatur in D, sitque pars abscissa BD maior latere contermino BC, erit maior proportio BD ad DA, quàm anguli BAC ad angulum CBA.

Connectantur puncta C, D, & compleatur parallelogrammum DE, rectæque AC, BE productæ concurrant in G, (concurrent proculdubio, nam si DC protrahatur ad M, erunt duo anguli MCB, EBC duobus rectis æquales, quare duo anguli HCB, EBC duobus rectis minores erunt) & centro C, interuallo verò CE describatur arcus HEK (necessariò hic arcus secabit CG in H, & CB productam in k, est enim CE minor quàm CG, at maior quàm CB, Quod CE maior sit quàm CB, manifestum est, sunt enim DB, CE opposita latera parallelogrammi, & ex dato recta DB maior est quàm CB, At quod CE minor sit quàm CG, ex eo liquet, nam cum angulus CBE maior sit angulo CEB, angulusque CEG maior quàm CBE, ergo angulus CEG angulo CEB multò maior erit, quare cum duo anguli CEG, CEB duobus rectis adæquentur, erit angulus CEG obtusus,

ſus, & obid latus C G maius Latere C E) cum



itaque trian gulum GEC maius ſit ſectore H E C, & triangulum BEC minus ſectore K E C, triangulum igitur G E C ad triangulum BEC maiorem habebit rationem, quàm ſector HEC ad eundem, ſed ſector H E C ad eundem triangulum B E C maiorem quoque rationem habet, quàm ad ſectorem KEG, ergo ex æquo triangulum GE C ad triangulum BEC maiorem habebit rationem, quàm ſector HEC ad ſectorem KEC, ſed triangula ſunt vt baſes G E, EB, & ſectores vt anguli GCE, ECB, ergo GE ad EB maiorem habebit rationem, quàm angulus GCE ad angulum ECB, ſed vt GE ad EB, ſic eſt GC ad CA, hoc eſt BD ad DA, eſtque angulus

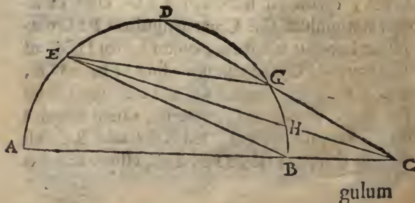
GCE

GCE æqualis angulo BAC, itemque angulus ECB æqualis angulo CBA, quare BD ad DA maiorem habebit rationem, quàm angulus BAC ad angulum CBA, quod est propositum.

THEOREMA DETERMINATVM

Si semicirculi diameter producatur, & à quouis puncto productæ diametri in cauam semicirculi periferiam ducantur duæ rectæ lineæ, anguli à dictis rectis lineis & producta diametro comprehensi minorem habebunt rationem, quàm semicirculi arcus, quibus insistunt, si superiores putà arcus & anguli inferioribus comparentur.

Esto semicirculus ADB, cuius diameter AB producatur ad quodcumque interuallum, & gratia exempli usque ad punctum C, à quo in cauam semicirculi periferiam ducantur duæ rectæ lineæ CD, CE; Aio arcum DE ad arcum *EA* maiorem habere rationem, quàm angulus *DCE* ad an-



gulum

gulum *ECA*; protrahantur rectæ *EG*, *EB*, & erunt constituta duo triãgula obtusangula *EBC*, *EGC* super communi base *EC*, quorum anguli obtusi sunt ad *B* & *G*, cum itaque in priori triangulo *EBC*, latus *EC*, quod opponitur angulo obtuso ad *B*, diuidatur à periferia in *H*, sitque pars abscissa *CH* maior contermino latere *BC*, erit ex Lemmate maior proportio *CH* ad *HE*, quàm anguli *CEB* ad angulum *BCE*, & conuertendo maior proportio anguli *BCE* ad angulum CEB, quàm HE ad CH, at in reliquo triangulo EGC, pars altera abscissa *HE* maior est contermino latere *EG*, ergo eadem ratione maior quoque erit proportio HE ad CH, quàm anguli ECG ad angulum GEC, ex æquo igitur maior erit proportio anguli BCE ad angulum CEB, quàm anguli ECG ad angulum GEC, & conuertendo, & componendo minor erit proportio angulorum CEB, BCE, hoc est anguli EBA ad angulum ECA, quàm angulorum GEC, ECG, hoc est anguli DGE ad angulum DCE, iterumque permutando, & conuertendo maior erit proportio anguli DGE ad angulum EBA, hoc est arcus DE ad arcum EA, quàm anguli DCE ad angulum ECA, quod erat ostendendum.

COROLLARIVM I.

HINC patet quod non solùm arcus caui D E, E A maiorem habent rationem, quàm anguli D C E, E C A, sed etiam conuexi GH, H B; Demonstratum enim est angulum B C E ad angulum C E B, maiorem habere rationem, quàm angulus E C G, ad angulum G E C, quare conuertendo, permutando, iterumque conuertẽdo, maior erit proportio anguli GEC ad angulum CEB, quàm anguli E C G ad angulum *BCE*, at anguli *GEC*, *CEB* sunt vt arcus *GH*, *HB*, quare maior erit proportio arcus *GH* ad arcum *HB*, quàm anguli *DCE* ad angulum *ECA*, generaliter igitur verum est, quod si à puncto *C* ducantur duæ rectæ lineæ CD, CE, tam arcus DE, EA, quàm arcus GH, H B maiorem habere rationem, quàm anguli *DCE*, *ECA*, siue *GCH*, *HCB*.

COROLLARIVM. II.

DEDVCITVR & secundò arcum *DE* ad arcum *EA* minorem habere rationem, quàm arcus GH ad arcum HB, Demonstratum enim est angulum *BCE* ad angulum *CEB* maiorem habere rationem, quàm angu-

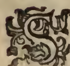
lus GCE ad angulum GEC, & componendo maior erit proportio angulorum BCE, CEB, hoc eſt anguli EBA ad angulum CEB, quàm angulorum GCE, GEC, hoc eſt anguli DGE ad angulum GEC. at anguli EBA, DGE ſe habent vt arcus, EA, ED, itemque anguli CEB, GEC vt arcus HB, GH, quare arcus EA ad arcum HB maiorem habebit rationem, quàm arcus DE ad arcum GH, & permutando & conuertendo minor erit proportio arcus DE ad arcum EA, quàm arcus GH ad arcum HB.

SCOLIVM I.



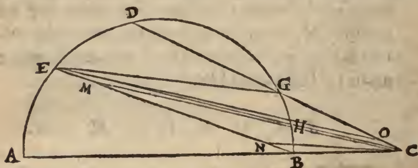
ED à præſenti inſtituto alienum non eſt, ſi demonſtrauerimus quomodo ad præfatos arcus ſe habeant anguli, reſpectu æqualitatis vel inæqualitatis, pro qua re hæc ſequentia ſubiecimus theoremata.

TEOREMA I.



I à puncto C protractæ diametri in cauam vel conuexam ſemicirculi periferiam ducantur duæ rectæ lineæ CD, CE, vel CG, CH, abſcindentes æquales arcus DE, EA, vel GH, HB; Dico angulum ECA angulo DCE, vel angulum BCH angulo GCH maiorem eſſe.

Et primò conſiderentur arcus caui DE, EA, qui ſi æquales fuerint, Dico angulum ECA angulo DCE maiorem eſſe, Notum enim eſt rectam EB maiorem eſſe recta EG, itemque rectam CG ipſa CB, fiat igitur BM æqualis ipſi EG, & GO ipſi BC, ducanturque rectæ EO, MC, cum itaque



ob ęquales arcus DE, EA, æquales ſint anguli DGE, EBA, erunt & reliqui EGC, EBC æquales, quare cum duo latera EG, GO trianguli EGO æqualia ſint duobus lateribus BM, BC, trianguli MBC, angulosque comprehendant æquales EGO, MBC, erunt & reliqui GEO BMC inter ſe, itemque GOE, BCM inter ſe quoque æquales, eſt & angulus DOE maior angulo DCE, at angulus MCB minor angulo ECA, ergo multò magis angulus ECA angulo DCE maior erit, quare ſi arcus DE, EA æquales fuerint, erit angulus ECA maior angulo DCE.

Conſiderentur ſecundò conuexi arcus GH, HB qui ſi quo-

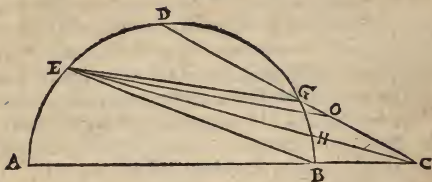
ſi quoque æquales fuerint, erit etiam angulus B-CH maior angulo GCH, producantur rectæ CG, CH in cauam ſemicirculi periferiam ad D & E, & vt priùs connectantur puncta EG, & EB, & ex maiori EB abſcindatur EN minori EG æqualis, ducaturque CN, cum itaque æquales ponantur arcus GH, HB, æquales erunt anguli GEH, HEB, quare cum duo Latera GE, EC trianguli GEC, æqualia ſint duobus lateribus NE, EC trianguli NEC, angulosque comprehendant æquales GEC, NEC, erunt & reliqui EGC, ENC inter ſe, itemque GCE, NCE inter ſe quoque æquales, eſt & angulus NCE minor angulo ECA, ergo & DCE eodem ECA minor erit, quare ſi arcus GH, HB æquales fuerint, erit angulus BCH maior angulo GCH, verum eſt igitur quod ab initio proponebatur.

THEOREMA II.



VOD ſi æquales fuerint anguli DCE, ECA, vel GCH, BCH, Aio arcum DE arcu EA, vel arcum GH arcu HB maiorem eſſe.

Si anguli DCE, ECA æquales fuerint, Dico arcum DE arcu EA maiorem eſſe, ex CG auferatur CO æqualis ipſi CB, ducaturque EO, Cum itaque duo latera OC, CE trianguli OCE, æqualia ſint duobus lateribus BC, CE trianguli BCE, angu-



losque comprehendant çquales, OCE, BCE, erunt & reliqui OEC, BEC inter ſe, itemq; EO C, EBC inter ſe quoque æquales, & obid æquales etiam DOE, EBA, eſt & angulus DGE maior angulo DOE, quare & DGE eodem EBA, hoc eſt arcus DE arcu EA maior erit, ſi igitur æquales fuerint anguli DCE, ECA, arcus DE maior erit quàm EA.

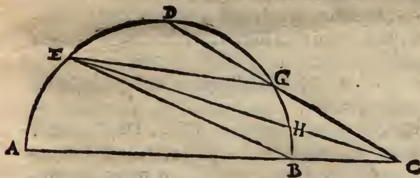
Eodem modo demonſtrabimus ſi anguli GCH, BCH æquales ponantur, arcum GH arcu HB maiorem eſſe, conſtat enim ex priori demonſtratione angulum OEC çqualem eſſe angulo BEC, at OEC minor eſt quàm GEC, igitur & BEC eodem GEC, hoc eſt arcus HB arcu GH minor erit quare ſi duo anguli GCH, BCH æquales fuerint, arcus GH arcu HB maior erit, utrumque igitur, manifeſtum eſt.

THOREMA III.



T si arcus D E, EA ęquales fuerint, arcus GH maior erit quàm H B, & contra si arcus GH, HB æquales; arcus EA arcu DE maior erit.

Constat ex primo Theoremate huius scholij, quando arcus DE, EA æquales fuerint, angulum BCE maiorem esse angulo GCE, at angulum EGC angulo E B C æqualem, ergo angulus B E C minor erit angulo GEC, hoc est arcus HB minor quàm



GH, quare si arcus D E, E A æquales ponantur, tunc arcus GH, arcu HB maior erit.

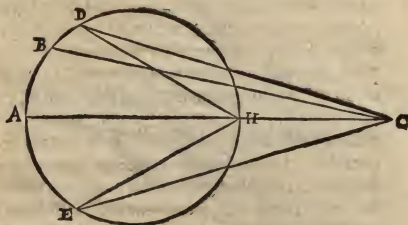
Sed quando arcus GH, HB æquales fuerint, ex eodem Theoremate angulus BCE maior erit quàm GCE, & angulus G E C ipsi B C E æqualis, ergo angulus EGC maior erit angulo EBC, quare reliquus

liquus DGE reliquo EBA minor erit, hoc eſt arcus DE minor quàm *E A*, igitur ſi arcus GH, HB æquales ponantur, tunc arcus EA arcu DE maior erit, quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM II.


ED & illud quoque prætereundum non eſt, quod ſi circuli diameter producatur, & à quouis puncto productæ diametri in cauas vtriuſque ſemicirculi periferias ductæ fuerint duæ rectæ lineæ, fieri poteſt vt arcus & æqualem, & maiorem, itemque & minorem habeant rationem, quàm anguli, quæ omnia ex ſubiecto ſchemate manifeſta erunt;

Sit circulus ADH cuius diameter AH producta ſit ad C, à quo in ſemicirculum ſuperiorem ducatur CD, in inferiorem verò CE, Dico quod ſi arcus DA, AE fuerint æquales, arcus DA ad arcum AE eandem habebit rationem, quàm angulus DCA ad angulum ACE, at ſi maior, maiorem, & ſi minor, minorem; ſit primò arcus DA ęqualis arcui AE, ducanturque DH, EH, ſi itaque ab æqualibus ſemicirculis ADH, AEH, æquales auferantur arcus AD, AE, reſidui arcus *DH*, *EA* æquales remanebunt, & obid ſubtenſæ DH, EH quoque æquales, ſunt etiam ob æquales



les arcus DA, AE, æquales anguli DHA, EHA, & per conſequens DHC, EHC quoque æquales, Quare cum duo latera DH, HC trianguli DHC, æqualia ſint duobus lateribus EH, HC trianguli EHC, angulosque comprehendant æquales DH C, EHC, erunt & reliqui HDC, HEC inter ſe, itemque HCD, HCE inter ſe quoque æquales, cum itaque inter arcus DA, AE & angulos DCA, ACE reperiatur proportio æqualitatis, arcus DA ad arcum AE eandem habebit rationẽ, quàm angulus DCA ad angulum ACE, quare ſi arcus DA fuerit ęqualis arcui AE, arcus DA ad arcum AE eandem habebit rationem, quàm angulus DCA ad angulum ACE.

At ſi arcus DA maior fuerit quàm AE, maior erit

C propor-

proportio arcus DA ad AE, quàm anguli DCA ad ACE, ex maiori arcu DA auferatur BA ipsi AE ęqualis, ducaturq; BC, Cum itaq; ex determinato Problemate arcus DB ad arcum BA maiorem habeat ratione͂, quàm angulus DCB ad angulu͂ BCA & co͂ponendo maior erit proportio arcus DA ad arcum BA, quàm anguli DCA ad angulum BCA, estq; arcus BA arcui AE ęqualis, itemque angulus BCA æqualis angulo ACE, ergo arcus DA ad arcum AE maiorem habebit rationem, quàm angulus DCA ad angulum ACE, quare si arcus DA maior fuerit quàm AE, maior erit proportio arcus DA ad arcum AE, quàm anguli DCA ad angulum ACE.

Demum si expositi arcus fuerint BA, AE, minorque fuerit BA quàm AE, minor erit proportio arcus BA ad arcum AE, quàm anguli BCA ad angulum ACE, fiat arcus DA æqualis arcui AE, Cum itaq; ex demonstratis arcus DA ad BA maiore͂ habeat ratione͂, quàm angulus DCA ad BCA, estq; arcus DA arcui EA æqualis, itemque angulus DCA æqualis angulo ACE, igitur arcus AE ad arcum BA maiorem habebit rationem, quàm angulus ACE ad angulum BCA, & conuertendo minor erit proportio arcus BA ad arcum AE, quàm anguli BCA ad angulum ACE, Quare si arcus BA minor fuerit quàm AE, minor erit proportio arcus BA ad arcum AE, quàm anguli BCA ad angulum ACE.

PROBLE-

PROBLEMA ARITMETHICVM DIOPHANTI.

DATVS numerus in tres diuidatur, quorum quisque proximè sequenti vbi dederit sui partem quæ imperatur, & aliquot item vnitates, datis acceptisque vt mandatum fuit omnibus, æquales diuisi partes existant; Hoc pacto diuidēdus sit numerus 80, in tres alios, vt primus sui quintatem ac 6 secundo, secundus sui sextantem & 7 tertio, tertius sui septantem et 8 primo det, itaque ultrò citròque datis & acceptis ex præscripto omnibus, æqualitas existat.

Hoc Problema proposuit Diophantus Alexandrinus lib. 2. Arithmeticorum Prop. 19. quod quidē librariorum incuria, vel alia de causa mutilum & imperfectum ad nos peruenit, nam secundùm Diophātæam zetesim proposita quæstio non soluitur, nec dicendum est, immo ne suspicandum quidem errasse Diophantum, nam sanè Problema non proposuisset si solutionem ignorasset; & ò vtinam Diophantęum codicem haberemus, quem Romæ in Bibliotheca Vaticana conseruari testatur Raphael Bombellus Bononiensis in principio suę Algebræ, & ante ipsum Regiomontanus in præfatione Alfragrani, itemque conseruari Parisijs in Bibliotheca Regia testem se prodit Gulielmus Gosselinus Cadomensis in vestibulo suæ Algebræ, seu vt ipse vocat Artis magnæ,

nam tunc videremus, num Prop. iſta & quamplures aliæ imperfectæ librorum ſequentium concordarent cum Diophanto noſtro, quem nunc præ mani bus habemus, opera & induſtria diligentiſſimi interpretis Gulielmi Xilandri Auguſtani latinitate do natum; Hoc ſanè Problema vnica tantùm hypoſtaſi, vt ex Propoſitionis veſtigijs apparet, abſoluiſſe Diophantum credo, quamuis neminem adhuc, qui vnica hypoſtaſi ſolutionem tradiderit, mihi videre contigit; ſolutiones verò, quas Maximus vt creditur Planudes, atque ipſemet Xilander tradiderunt, bonæ non ſunt; menſibus præteritis vidimus Commentaria Simonis Steuini Brugenſis in quatuor tantùm priores libros Diophanti Gallicè conſcripta, & curioſitate ducti ſtatim ad Prop. hanc percurrimus, & de eius ſolutione nihil adinuenimus, teſtatur. n. ibi Se periculum feciſſe per poſtpoſitas quantitates, vel vt vulgò dicitur per ſecundas radices, ſolutionemque adinueniſſe, quam ibi breuitatis cauſa, vt ipſe ait, non appoſuit, exaratam poſtmodum vidimus Tomo 5. Mathematicorum Hypomnematum in principio, quare per primas radices vel vnica hypoſtaſi Problema ſoluere non potuit, manet igitur adhuc inſoluta quęſtio ex vnica hypoſtaſi, atque ipſemet Diophantus inemendatus; Dabimus nunc nos operam huiuſmodi Zetema vnica hypoſtaſi determinare, ac Diophantum ipſum in priſtinam dignitatem reſtituere, ſed vt noſtræ videantur lucu-

brationes,

brationes, & vt quoque manifeſta fiant, quæ in præſentia diximus de his Viris Clariſſimis, qui Diophantum illuſtrare dignati ſunt, ipſorum verba, ne immutato quidem commate, adducere, abſonum minimè exiſtimauimus;

Zeteſis Diophanti corrupta

Statuemus primum. 5 N, ſecundum. 12. ergo ſecundus vbi quintantem primi ac 6 acceperit, erit 1 N ✤ 18. verùm hic ſecundus puta. 12. vbi ſui ſextantem 2, & præterea 7, ideſt in ſumma 9, amiſerit, dum ijs tertium impertit, retinet 3, & à primo donatus deinde 1 *N* ✤ 6, habet ſummam 1 *N* ✤ 9. tantundem ergo reliqui etiam dato receptoque quod imperabatur habebunt. At primo ijs quę iam diximus expenſis reſtabant 4 *N* — 6. ut ergo habeat 1 *N* ✤ 9. deſunt ei adhuc 15 — 3 *N*, hoc ergo eſt ſeptans tertij & præterea 8. quare 8 hinc ſublatis, quod reſtat 7 — 3 N Septans erit tertij, eſt ergo tertius 49 — 21 N. reſtat vt is det & recipiat quę iubetur. Atqui re peracta habet ſummam 43 — 18 N, quę æquatur 1 N ✤ 9. fit 1 N $\frac{34}{19}$. eſt ergo primus $\frac{170}{19}$, ſecundus $\frac{228}{19}$, tertius $\frac{217}{19}$.

Scholium Maximi vt creditur Planudis

Tertius 49 — 21 N, cum ſecundi ſextantem 2, & ad hæc 7, ideſt omnino 9 accepit, fit 58 — 21 N, iam ſeptans tertii 7 — 3 *N*, & pręterea 8, ſunt 15 — 3 *N*, quæ ſi inde auferas, reſtant 43 — 18 *N*, adiectio & detractio partium in ęquatione euidens eſt, Cęterùm

primus

primus $\frac{170}{19}$, ſui quintantem $\frac{34}{19}$, & 6 ſeu $\frac{114}{19}$, in ſumma $\frac{148}{19}$, ſecundo dans retinet $\frac{22}{19}$, ad quę à tertio recipiens eius ſeptantem $\frac{31}{19}$ & 8 ſeu $\frac{152}{19}$ (ſummam $\frac{183}{19}$) habet in ſumma $\frac{205}{19}$. ſecundus vbi ſui ſextantem $\frac{38}{19}$, & 7 hoc eſt $\frac{133}{19}$ (ſummam $\frac{171}{19}$) tertio dedit, ſibi reſeruauit $\frac{57}{19}$, ad hæc nactus à primo iſta $\frac{148}{19}$, habet & ipſe $\frac{205}{19}$, tertius poſtquam ſui ſeptantem & 8, hoc eſt $\frac{183}{19}$ dedit primo, retinuit $\frac{34}{19}$ quibus vbi à ſecundo data acceſſerunt iſta $\frac{171}{19}$, ſumma hic quoque fit $\frac{205}{19}$.

Scholium Xilandri,

Valdè ingenioſæ ſunt hic poſitiones 5 *N*, 12, pro primo & ſecundo, & omnino 12 eſt ſecundus $\frac{228}{19}$. Cæterum in Diophanto eſt, numerorum qui ſic diuidi debeat, eſſe 80, ἐπιτετάχθω δὲ τὸν π' διελεῖν. Sed profectò hi tres numeri, qui ſic inueniuntur, ſummam 80 non conflant, qui propoſitus fuit ad diuidendum, ſed conficiunt omnino 32 $\frac{7}{19}$. itaque hic quid dicam non habeo, niſi quod 80 illud ſubreptitium puto, & quidem tertius, ſi ſumma trium debuit eſſe 80, poni debuit 80 — 12 — 5 N, hoc eſt 68 — 5 N, & examinari iuxtà poſtulata quæſtionum, quas noſter vocat hypoſtaſes, vel tertius, ſic vt eſt inuentus 49 — 21 *N*, debuit alteri tertio 68 — 5 N æquari, quod in magnum incidiſſet abſurdum, qui n. poteſt maior numerus cum minori defectu, æquari minori numero cum maiori eiuſdem generis defectu? & fierent ſic reducta æquatione 16 *N* + 68 æqualia 49. Quin & hoc

hoc oſtendit non 80 numerum proponi, ſed ſimul & numerum & partes quæſtioni congruentes quæri, quod 12 abſolutas vnitates ponit pro ſecunda parte, quaſi vero neceſſe ſit ſecundum eſſe hanc, & hoc modo diuinare licuerit, certo numero ad diuidendum propoſito. certè.n. ſi numeri 80 ſic diuidendi, ſecunda pars eſt 12, eadem 12 non erit, manentibus legibus quæſtionis iiſdem, & alio ad diuidendum propoſitio. itaque illa 80 planè non agnoſco, & tamen niſi datur numerus diuidendus, è ſuperiore hoc problema diuerſum non erit, & diſertè fit mentio dati numeri, qui ſit diuidendus. Itaque ſuſpicari licet alio modo fuiſſe repetitum ſuperius exemplum, deinde de 80 ſic diuidendo propoſitum problema, cuius ſolutio exciderit & propoſitio repetitionis, certè quiduis potiùs ſuſpicor, quàm Diophantum à ſcopo aberraſſe, non ſoleat autem dedita opera ad tractationem problema tũ deligi tales numeri, qualis eſt 32 $\frac{7}{19}$, ſed integri, aliàs ſi pro π' legere λ-ϵ, ζ, ιϑα omnia conuenirent, ſed quàm inſolens vel deprauatio hęc fuiſſet, vel correctio? Nos, nè quid deſit tractationi, quęſtionem vt in Græco eſt propoſita explicemus: id eſt, Datum numerum 80 diuidemus in tres alios, qui poſtulata quæſtionis impleant, principio, cum ſumma numerorum non pręſcriberetur, noſtro arbitratu licebat primum & ſecundum ponere qua vellemus ratione, ſicut in præcedente propoſitione autor primum 5 N, ſecundum 6 N poſuit,

ſuit, ratione ſeſquiquinta, & in ſolutione $\frac{90}{7}$ & $\frac{108}{7}$ hanc habent rationem. At in hac propoſitione ſecundus ad primum $\frac{228}{19}$ ad $\frac{170}{19}$ nequaquam eſt ſeſquiquintus, manentibus ijsdem omnino legibus quæſtionis, neque 5 *N* ad 12 ſtatim habent eandem quam ad 6 *N* rationem, & hic quidem nequaquam habet quid ita? quia trium numerorum ſumma non eſt eadem, aliuſque adeò numerus diuidendus in tres partes his conditionibus ijsdem, nam decimę octauę quęſtionis numeri faciunt 41 $\frac{6}{7}$, hic 32 $\frac{7}{19}$, ſed cum nulla præſcribitur ſumma, libertas iſta permictitur, hic à propoſito pendemus numero; difficulter hæc per ſecundas radices ſeu regulam Quantitatis fiunt, ſi ſapis, habes eius declinandę occaſionem, nam cum tres numeri qui quęruntur, 80 ſummam conficiant, neque dum eorum partes adduntur detrahunturque, huic ſummę quicquam decedat, cum quod vni aufertur, alteri adijciatur, nihil excidat amictaturue, intelligere licet, ęqualitatem trium numerorum vltimò exiſtentem eam fore, vt quiuis ſit triens ex 80, hoc eſt 26 $\frac{2}{3}$. Hoc animaduerſo ponamus primum eſſe 1 N, ab eoque auferamus quæ dat ſecundo, $\frac{1}{5}$N ✠ 6, relinquitur $\frac{4}{5}$ N −6, hoc cum ſeptante tertij & 8 ęquabitur 26 $\frac{2}{3}$, ergo à 26 $\frac{2}{3}$ auſeras $\frac{4}{5}$ N−6, relinquuntur 32 $\frac{2}{3}$ — $\frac{4}{5}$ *N*, quod eſt 8 & ſeptans tertij, aufer 8 relinquitur ſeptans tertij 24 $\frac{2}{3}$ — $\frac{4}{5}$ *N*, ergo tertius eſt 172 $\frac{2}{3}$ — 5 $\frac{3}{5}$ *N*, huius & primi ſumma 172 $\frac{2}{3}$ — 4 $\frac{3}{5}$ *N* detracta ab 80 utpotè ſumma trium numerorum, relinquet ſcilicet ſecundum 4 $\frac{3}{5}$ *N* — 92 $\frac{2}{3}$,

$\frac{[illegible]}{5}$, huic ſextantem ſuum & 7 adimemus, nimirum $\frac{23}{30}$ *N*—8 $\frac{4}{9}$, relinquentur $\frac{23}{6}$ *N*— 85 $\frac{2}{9}$, his ſi addamus $\frac{1}{5}$ N ✠ 6, quod ei à primo accedebat, fient $\frac{121}{40}$ N—79 $\frac{2}{9}$ æqualia 16 $\frac{2}{3}$, ob cauſam ſuprà demonſtratam, adde vtrobique 79 $\frac{2}{9}$, erunt $\frac{121}{30}$ *N* || $\frac{803}{9}$, hoc eſt 363 *N* || 8630. (alterum per 30 alterum per 9 erat multiplicandum) pro his ſumo minimos 10 & 3, vt alibi docui, fit 1 *N* $\frac{8630}{363}$ primus, ſecundus $\frac{6060}{363}$; tertius ergo $\frac{14350}{363}$, quorum ſumma $\frac{29040}{363}$, ideſt 80. cætera omnia congruere ad poſtulata quæſtionis, experiendo depræhendes, & hoc ratiocinandi genus minimè eſt vulgo notum.

Simon Steuinus in Arith. Gallica car. 496.

QVESTION. XIX.

CEſte 19 queſtion eſt ſemblabe à la precedente 18, diſcordant ſeulement en cela, que l'on demande icique la ſommé de trois nombres requis ſoit 80, Dont la ſolution de Diophante n'eſt pas bonne, Xylandre l'a voulu amender, mais, comme en celle de Diophante, il ya de l'erreur en ſa ſolution. Nous experimenterions l'operation par poſtpoſees quantitez, ne fuſt qu'a cauſe de briefuetè nous les paſſon outre.

D *Simon*

Simon Steuinus seu potius Princeps Auraicus Mauritius, Tomo quinto Mathematicorum Hypomnematum in principio.

19 Zetema 2. libri Diophanti

Diuiduntor 80 trifariam vt si à summa conflata ex secundo, & $\frac{1}{5}$ primi plus 6, subducatur $\frac{1}{6}$ secundi plus 7; itemque à summa tertij & $\frac{1}{6}$ secundi plus 7, subducatur $\frac{1}{7}$ tertij plus 8, atque à summa primi & $\frac{1}{7}$ tertij plus 8, subducatur $\frac{1}{5}$ primi plus 6, vt, inquam, tres isti reliqui æquales sint.

Constructionis pars prima

Princeps Illustrissimus primum numerum seu optatam partem ipsius 80 statuit 1 ①. iam verò quia ad positionem secundi aditus sit intricatior, resque hęc sit operosa & ardua vt ea statuatur in characteribus primo homogeneis, hoc est 1 ①, atque id alio compendio indagandum sit, posuit pro ipso 1 secund. ①. quare consequens est tertium numerum esse — 1 ① — 1 secund. ① + 80 atque si tribus his numeris Zetematis leges relegas atque æmuleris, videlicet de summa secundi & $\frac{1}{5}$ primi numeri + 6, subducas $\frac{1}{6}$ secundi + 7, supererit reliquus primus $\frac{5}{6}$ secund. ① + $\frac{1}{5}$ ① — 1. & rursum de summa tertii & $\frac{1}{6}$ secundi

cundi + 7 ſubducas $\frac{1}{7}$ tertij + 8, ſupererit reliquus ſecundus $-\frac{6}{7}$ ⊙ $-\frac{29}{40}$ ſecund. ⊙ + $\frac{473}{7}$. Si duo reliqui inter ſe ex ſententia quæſtionis æquales erunt, quà ęqualitate ſecundùm artis præcepta reducta tandem inueniebat 1 ſecund. ⊙ æqualem $-\frac{111}{160}$ ⊙ + 45.

Conſtructionis pars altera

Reuocato igitur valore 1 ſecundę ⊙ (quæ optatę partitionis pars erat altera) ad numeros figuratos poſitionis prioris $-\frac{111}{160}$ ⊙ + 45, operis exegeſim denuo iterauit, hoc modo:

Prima optata numeri 80 pars 1 ⊙

Secunda $-\frac{111}{160}$ ⊙ + 45

Iam vt tertia pars conſtituatùr, inueniendus arte eſt valor $-$ 1 ſecund. ⊙, quæ in numero ordinis tertio vſurpatur, is autem inuenitur ex proportione, 1 ſecunda ⊙ dat $-\frac{111}{160}$ ⊙ + 45, ergo $-$1 ſecunda ⊙ quid dabit? concludes $\frac{111}{160}$ ⊙ $-$45, iſte numerus in locum $-$ 1 ſecundę ⊙ ſubrogatus & cum cæteris $-$ ⊙ & + 80 compoſitus, conflabit numeri 80 optatam partem tertiam $-\frac{49}{160}$ ⊙ + 35

Atque si istis tribus numeris propositi Zetematis leges sequaris, videlicet si de summa secundi & $\frac{1}{5}$ primi $+ 6$, subducas $\frac{1}{6}$ secundi $+ 7$, supererit reliquus

Primus $-\frac{121}{320}$ ① $+ \frac{73}{2}$

simili ratione inuenietur secundus

reliquus $-\frac{345}{320}$ ① $+ \frac{73}{2}$

& tertius reliquus $-\frac{121}{320}$ ① $+ \frac{73}{2}$

Quamobrem cum tertius iste reliquus utrilibet antecedentium ęquetur, videlicet $+ \frac{121}{160}$ ① $+ 7$ ęqualia sint ipsis $-\frac{121}{320}$ ① $\frac{73}{2}$, reducta ęqualitate inuenit. tandem 1 ① valere $\frac{9440}{563}$ pro parte prima, & $-\frac{111}{160}$ ① $+ 45$ valere $\frac{9786}{563}$ pro parte secunda, denique $-\frac{49}{160}$ ① $+ 35$ valere $\frac{9814}{563}$ pro parte tertia.

Demonstratio.

Inuenti isti numeri simul compositi 80 conflant, & propositæ quęstionis leges implent, nam ex zetematis sententia singuli vt decet relinquunt $\frac{2650}{563}$

Conclusio.

Quamobrem 80 diuisus est in partes tres & cet.

RETVLIMVS hucusque quæ prædicti Viri Clarissimi in hoc problema animaduerterunt, & iam patens est, quod ex textu corrupto Diophanti, quem sequitur scholiastes, itemque ex animaduersione Xilandri non esse solutam quæstionem, nam

secun-

secundum Diophantum inter partes existit ęqualitas, sed ex ipsis non conflatur 80 numerus præscriptus, sed $32 \frac{7}{15}$, ex Xilandro verò partes conficiunt 80, sed inter ipsas nulla ęqualitas reperitur, & æquatio facta est ad $16 \frac{2}{3}$, cum fieri debebat ad $26 \frac{2}{3}$, vt ipse iam præceperat, & bene, imò æquatione facta ad 26 $\frac{2}{3}$, neque soluitur quæstio quantùm ad partium æqualitatem, quamuis ipsæ componant numerum datum 80, quę omnia vt appareant manifestiora, numeros ipsos subiecimus.

Examen positionis Diophanti, quam sequitur scholiastes.

170.	Primus
148.	Quintans ✱ 6. subtrah.
22.	
183.	Septans tertij ✱ 8. Addend.
205.	Primus acceptis & datis
228.	Secundus
171.	Sextans ✱ 7. subtrah.
57.	
148.	Quintans primi ✱ 6. Addend.
205.	Secundus acceptis & datis

217 Tertius

217.	Tertius
183.	Septans + 8. ſubtrah.
34.	
171.	Sextans ſecundi + 7. Addend.
205.	Tertius acceptis & datis

inter omnes partes vltrò citròque acceptis & datis æqualitas exiſtit, nempe $\frac{205}{19}$. ſed ipſarum ſumma $\frac{615}{19}$ non conſtat 80, ſed $32\frac{7}{19}$.

Examen ſecundùm Xilandrum, æquatione facta ad $16\frac{1}{4}$

8630.	Primus
3904.	Quintans + 6, ſubtrah.
4726.	
4954.	Septans tertij + 8. Addend.
9680.	Primus acceptis & datis
6060.	Secundus
3551.	Sextans + 7. ſubtrah.
2509.	
3904.	Quintans primi + 6. Addend.

6413 Secun-

6413.	Secundus acceptis & datis
14350.	Tertius
4954.	Septans + 8. ſubtrah.
9396.	
3551.	Sextans ſecundi + 7. Addend.
12947.	Tertius acceptis & datis

inter omnes partes vltrò citròque acceptis & datis inæqualitas reperitur, nempe $\frac{9680}{363}$. $\frac{6413}{363}$. $\frac{12947}{363}$. quamuis ipſarum ſumma $\frac{29040}{363}$ componat 80.

Examen ſecundùm Xilandrum, æquatione facta ad 26 $\frac{2}{3}$:

Ex hac æquatione adinuenitur primus $\frac{9530}{363}$. ſecundus $\frac{10100}{363}$. tertius $\frac{9410}{363}$.

9530.	Primus
4084.	Quintans + 6. ſubtrah.
5446.	
4234.	Septans tertij + 8. Addend.

9680. Pri-

9680.	Primus acceptis & datis
10200.	Secundus
4241.	Sextans + 7. ſubtrah.
5959.	
4084.	Quintans primi + 6, Addend.
10043.	Secundus acceptis & datis
9310.	Tertius
4234.	Septans + 8. ſubtrah.
5076.	
4241.	Sextans ſecundi + 7. Addend.
9317.	Tertius acceptis & datis

hic etiam inter partes vltrò citròq; acceptis & datis inæqualitas conſiſtit, nempe. $\frac{9680}{363}$. $\frac{10043}{363}$. $\frac{9317}{363}$. quamuis ipſarum ſumma $\frac{29040}{363}$ conficiat. 80.

Examen ſecundùm Steuinum, Tomo quinto Mathematicorum Hypomnematum in principio.

9440.	Primus
4066.	Quintans + 6, ſubtrah.

5374 Sep-

5374.	
4306.	Septans tertij + 8, Addend.
9680.	Primus acceptis & datis
9786.	Secundus
4172.	Septans + 7, subtrah.
5614.	
4066.	Quintans primi + 6, Adden.
9680.	Secundus acceptis & datis
9814.	Tertius
4306.	Septans + 8, subtrah.
5508.	
4172.	Sextans secundi + 7, Addend.
9680.	Tertius acceptis & datis

Ex hac æquatione omnes partes, vltrò citròque acceptis & datis, sunt æquales, nempe $\frac{9680}{121}$, ac etiam ipsarum summa $\frac{29040}{363}$ absoluit 80 numerum pręscriptum; sed solutio facta est duplici hypostasi;

AD SOLVTIONEM igitur huius Quæstionis ex vnica hypostasi determinandam, ita Zetesim ordino & propono.

Primus numerus ſeu prima pars eſto A, à qua ſi deducatur $\frac{A}{5} + C$, hoc eſt quintans + C, ſupererit $\frac{A\,4}{5} - C$, ſed quia omnes partes, vltrò citròque acceptis & datis debent eſſe æquales, nempe comprehendere trientem ipſius B numeri præſcripti, quare à $\frac{B}{3}$ ſubtractis $\frac{A\,4}{5} - C$, remanebunt, $\frac{B}{3} - \frac{A\,4}{5} + C$, hoc eſt ſeptans tertij + G,

A. Primus

$\frac{A}{5} + C$, Quintans + C, ſubtrah.

$\frac{A\,4}{5} - C$,

$\frac{B}{3} - \frac{A\,4}{5} + C$, Septans tertij + G, Addend.

$\frac{B}{3}$ Triens numeri præſcripti

---

cum itaque $\frac{B}{3} - \frac{A\,4}{5} + C$, ſit ſeptans tertij + G, auferatur G, & prodibit ſeptans tertij abſolutus, $\frac{B}{3} - \frac{A\,4}{5} + C - G$, quare tertius erit, $\frac{B\,7}{3} - \frac{A\,28}{5} + C\,7 - G\,7$, à quo ſi ſubtrahatur ſui ſeptans + G, remanebit, $\frac{B\,6}{3} - \frac{A\,24}{5} + C\,6 - G\,7$, quo etiam à numeri dati triente ſublato, apparebit reliquus $-\frac{B\,5}{3} + \frac{A\,24}{5} - C\,6 + G\,7$, ideſt ſextans ſecundi + D,

$\frac{B\,7}{3} - \frac{A\,28}{5} + C\,7 - G\,7$, Tertius,

$\frac{B}{3} - \frac{A\,4}{5} + C$, Septans + G, ſubtrah.

$\frac{B\,6}{3} - \frac{A\,24}{5} + C\,6 - G\,7$,

$-\frac{B\,5}{3} + \frac{A\,24}{5} - C\,6 + G\,7$, Sextãs ſecũdi + D, Add.

$\frac{B}{3}$ Triens numeri pręſcripti

Demum

Demum ſi ſumma primi & tertij, $\frac{B\,7}{3} - \frac{A\,28}{5} + C\,7 - G\,7$, dematur à numero aſſignato *B*, habebitur ſecundus, $- \frac{B\,4}{3} + \frac{A\,23}{5} - C\,7 + G\,7$,

$- \frac{B\,4}{3} + \frac{A\,23}{5} - C\,7 + G\,7$,	Secundus
$- \frac{B\,5}{3} + \frac{A\,24}{5} - C\,6 + G\,7$,	Sextans + D, ſubtrah.
$\frac{B}{3} - \frac{A}{5} - C$,	
$\frac{A}{5} + C$,	Quintans primi + C, Addend.
$\frac{B}{3}$	Triens numeri præſcripti

Hi ſunt igitur numeri adinuenti.

A,	Primus
$- \frac{B\,4}{3} + \frac{A\,23}{5} - C\,7 + G\,7$,	Secundus
$\frac{B\,7}{3} - \frac{A\,28}{5} + C\,7 - G\,7$,	Tertius
ſumma. B	Numerus prçſcriptus

Adinuenimus ergo omnes tres partes, quæ vltrò citròque acceptis & datis, æquales exiſtunt, ac ipſarum adgregatum componit numerum præſcriptũ, ſed nunc de æquatione cogitandum, ad quam inueniendam ita ratiocinor; ſextans ſecundi + D, fuit adinuentus $- \frac{B\,5}{3} + \frac{A\,24}{5} - C\,6 + G\,7$, à quo ſi dematur D, erit ſextans abſolutus $- \frac{B\,5}{3} + \frac{A\,24}{5} - C\,6 + G\,7 - D$, igitur ſecundus ipſe $- \frac{B\,30}{3} + \frac{A\,144}{5} - C\,36 + G\,42 - D\,6$, ſed ſecundus ex altera Zeteſi erat $- \frac{B\,4}{3} + \frac{A\,23}{5} - C\,7 + G\,7$, quare $- \frac{B\,4}{3} + \frac{A\,23}{5} - C\,7 + G\,7$, erit æqualis $- \frac{B\,30}{3} + \frac{A\,144}{5} - C\,36 + G\,42 - D\,6$, & çquatione ordinata.

E 2 B 130

$$\frac{B\,130 + C\,435 - G\,525 + D\,90}{363}$$ æquabitur A.

Sit, B 80, C 6, D 7, G 8, & fit A $\frac{9440}{363}$, nempe primus; $\frac{9786}{363}$ ſecundus & $\frac{9814}{363}$ tertius ijdem numeri, quos Steuinus duplici hypoſtaſi priùs adinuenerat, abſoluimus igitur Problema ex unica hypoſtaſi, ut ab initio fuerat imperatum.

Quod ſi cuipiam hi numeri arriſerint, poterit ſecundùm ipſos Diophantum reſtituere, donec meliores & textui fortè congruentiores ueſtigauerit.

Zeteſis Diophanti reſtituta

Statuemus primum: 5 *N*, à quo ſi dematur, 1 *N* + 6, hoc eſt quintans & amplius, 6, ſupererunt, 4 N − 6 quibus à 26 $\frac{2}{3}$ deductis, hoc eſt à triente numeri dati, 80, erit reliquus, 32 $\frac{2}{3}$ − 4 *N*, & hic eſt ſeptans tertij & prꝫterea, 8, habet itaque primus acceptis & datis, 26 $\frac{2}{3}$, tantundem ergo reliqui, etiã dato receptoque quod imperabatur, habebunt; Abs 32 $\frac{2}{3}$ − 4 N ſublatis 8, quod reſtat, 24 $\frac{2}{3}$ − 4 *N* ſeptans erit tertij, eſt ergo tertius, 172 $\frac{2}{3}$ − 28 *N*, qui multatus ſui ſeptante & amplius, 8, habebit ſummam, 140 − 24 N, quæ à triente præſcricto ſubtracta derelinquet, 24 *N* − 113 $\frac{1}{3}$, putà ſextantem ſecundi & præterea, 7, & hic quoque tertius acceptis

&

& datis habet, $26\frac{2}{3}$. Demum si summa primi & tertij, $172\frac{2}{3} - 23$ N, à numero præscripto 80 deducatur, prosiliet secundus, $23\,N - 92\frac{2}{3}$, qui acceptis & datis vt reliqui possidebit, $26\frac{2}{3}$: Cum itaque sextans secandi sublatis, 7, sit $24\,N - 120\frac{1}{3}$, erit secundus ipse, $144\,N - 722$, sed fuit quoque adinuentus, $23\,N - 92\frac{2}{3}$, quare $144\,N - 722$ ęquales erunt, $23\,N - 92\frac{2}{3}$, & reducta æquatione, 363 N æquabũtur 1888, & 1 N valet $\frac{1888}{363}$. est ergo primus $\frac{9440}{363}$, secundus $\frac{9786}{363}$, tertius $\frac{9814}{363}$.

FINIS.

COPIA.

GLI Eccellentissimi Signori Capi dell' Eccelso Consiglio di X. infrascritti, hauuta fede dalli Sig. Reformatori del Studio di Padoua, per relatione à loro fatta dalli due a questo deputati, cioè dal Reuerendo Padre Inquisitor, et dal Circ. fed. Secretario del Senato Gio. Marauegli a con giuramento, che nel libro intitolato ad Problema Geometricum, Ioannis Camilli Gloriosi Responsum, non vi è cosa contra le leggi, & è degno di stampa, concedono licentia, che possa esser stampato in questa Città.

Dat. die 15. Nouemb. 1612.

D. Andrea Minotto.
D. Piero Moresini.
D. Z. Giacomo Graden.
} Capi dell'Eccelso Consiglio di X.

Illustriss. Consilij X. Secr.
Barth. Cominus.

1612. à di 22. Nouemb.
Reg. in libro à cart. 118.

Ant. Lauredanus offic.
con. Blasph.

Simon Steuinus seu potius Princeps Auraicus Mauritius, Tomo quinto Mathematicorum Hypomnematum in principio.

19 Zetema 2. libri Diophanti

Diuiduntor 80 trifariam vt si à summa conflata ex secundo, & $\frac{1}{5}$ primi plus 6, subducatur $\frac{1}{6}$ secundi plus 7; itemque à summa tertij & $\frac{1}{6}$ secundi plus 7, subducatur $\frac{1}{7}$ tertij plus 8, atque à summa primi & $\frac{1}{7}$ tertij plus 8, subducatur $\frac{1}{5}$ primi plus 6, vt, inquam, tres isti reliqui æquales sint.

Constructionis pars prima

Princeps Illustrissimus primum numerum seu optatam partem ipsius 80 statuit 1 ⊙. iam verò quia ad positionem secundi aditus sit intricatior, resque hęc sit operosa & ardua vt ea statuatur in characteribus primo homogeneis, hoc est 1 ⊙, atque id alio compendio indagandum sit, posuit pro ipso 1 secund. ⊙. quare consequens est tertium numerum esse — 1 ⊙ — 1 secund. ⊙ ✣ 80 atque si tribus his numeris Zetematis leges relegas atque æmuleris, videlicet de summa secundi & $\frac{1}{5}$ primi numeri ✣ 6, subducas $\frac{1}{6}$ secundi ✣ 7, supererit reliquus primus $\frac{5}{6}$ secund. ⊙ ✣ $\frac{1}{5}$ ⊙ — 1. & rursum de summa tertii & $\frac{1}{6}$ secundi

cundi

cundi + 7 ſubducas $\frac{1}{7}$ tertij + 8, ſupererit reliquus ſecundus $-\frac{6}{7}$ ① $-\frac{29}{42}$ ſecund. ① + $\frac{473}{7}$. *Si* duo reliqui inter ſe ex ſententia quæſtionis æquales erunt, quà ęqualitate ſecundùm artis præcepta reducta tandem inueniebat 1 ſecund. ① æqualem $-\frac{111}{160}$ ① + 45.

Conſtructionis pars altera

Reuocato igitur valore 1 ſecundę ① (quæ optatę partitionis pars erat altera) ad numeros figuratos poſitionis prioris $-\frac{111}{160}$ ① + 45, operis exegeſim denuo iterauit, hoc modo:

Prima optata numeri 80 pars	1 ①
Secunda	$-\frac{111}{160}$ ① + 45
Iam vt tertia pars conſtituatùr, inueniendus arte eſt valor − 1 ſecund. ①, quæ in numero ordinis tertio vſurpatur, is autem inuenitur ex proportione, 1 ſecunda ① dat $-\frac{111}{160}$ ① + 45, ergo − 1 ſecunda ① quid dabit? concludes $\frac{111}{160}$ ① − 45, iſte numerus in locum − 1 ſecundę ① ſubrogatus & cum cæteris − ① & + 80 compoſitus, conflabit numeri 80 optatam partem tertiam	$-\frac{49}{160}$ ① + 35

Atque si istis tribus numeris propositi Zetematis leges sequaris, videlicet si de summa secundi & $\frac{1}{5}$ primi + 6, subducas $\frac{1}{6}$ secundi + 7, supererit reliquus

Primus $-\frac{121}{320}$ ① + $\frac{73}{8}$

simili ratione inuenietur secundus

reliquus $-\frac{115}{320}$ ① + $\frac{78}{2}$

& tertius reliquus $-\frac{121}{320}$ ① + $\frac{73}{2}$

Quamobrem cum tertius iste reliquus utrilibet antecedentium çquetur, videlicet + $\frac{121}{160}$ ① + 7 çqualia sint ipsis $-\frac{121}{320}$ ① $\frac{73}{2}$, reducta çqualitate inuenit tandem 1 ① valere $\frac{9410}{363}$ pro parte prima, & $-\frac{111}{160}$ ① + 45 valere $\frac{9786}{363}$ pro parte secunda, denique $-\frac{49}{160}$ ① + 35 valere $\frac{9814}{363}$ pro parte tertia.

Demonstratio.

Inuenti isti numeri simul compositi 80 constant, & propositæ quçstionis leges implent, nam ex zetematis sententia singuli vt decet relinquunt $\frac{9680}{363}$

Conclusio.

Quamobrem 80 diuisus est in partes tres & cet.

RETVLIMVS hucusque quæ prædicti Viri Clarissimi in hoc problema animaduerterunt, & iam patens est, quod ex textu corrupto Diophanti, quem sequitur scholiastes, itemque ex animaduersione Xilandri non esse solutam quæstionem, nam

secun-

ſecundum Diophantum inter partes exiſtit ęqualitas, ſed ex ipſis non conflatur 80 numerus præſcriptus, ſed 32 $\frac{2}{19}$, ex Xilandro verò partes conficiunt 80, ſed inter ipſas nulla ęqualitas reperitur, & æquatio facta eſt ad 16 $\frac{2}{3}$, cum fieri debebat ad 26 $\frac{2}{3}$, vt ipſe iam præceperat, & bene, imò æquatione facta ad 26 $\frac{2}{3}$, neque ſoluitur quæſtio quantùm ad partium æqualitatem, quamuis ipſæ componant numerum datum 80, quę omnia vt appareant manifeſtiora, numeros ipſos ſubiecimus.

Examen poſitionis Diophanti, quam ſequitur ſcholiaſtes.

170.	Primus
148.	Quintans + 6. ſubtrah.
22.	
183.	Septans tertij + 8. Addend.
205.	Primus acceptis & datis
228.	Secundus
171.	Sextans + 7. ſubtrah.
57.	
148.	Quintans primi + 6. Addend.
205.	Secundus acceptis & datis

217 Tertius

217.	Tertius
183.	Septans + 8. ſubtrah.
34.	
171.	Sextans ſecundi + 7. Addend.
205.	Tertius acceptis & datis

inter omnes partes vltrò citròque acceptis & datis æqualitas exiſtit, nempe $\frac{205}{19}$. ſed ipſarum ſumma $\frac{615}{19}$ non conflat 80, ſed 32 $\frac{7}{19}$.

Examen ſecundùm Xilandrum, æquatione facta ad 16 $\frac{1}{4}$

8630.	Primus
3904.	Quintans + 6, ſubtrah.
4726.	
4954.	Septans tertij + 8. Addend.
9680.	Primus acceptis & datis
6060.	Secundus
3551.	Sextans + 7. ſubtrah.
2509.	
3904.	Quintans primi + 6. Addend.

6413 Secun-

6413.	Secundus acceptis & datis
14350.	Tertius
4954.	Septans + 8. ſubtrah.
9396.	
3551.	Sextans ſecundi + 7. Addend.
12947.	Tertius acceptis & datis.

inter omnes partes vltrò citròque acceptis & datis inæqualitas reperitur, nempe. $\frac{9680}{363}$. $\frac{6413}{363}$. $\frac{12947}{363}$. quamuis ipſarum ſumma $\frac{29040}{363}$ componat 80.

Examen ſecundùm Xilandrum, æquatione facta ad 26 $\frac{2}{3}$:

Ex hac æquatione adinuenitur primus $\frac{9530}{363}$. ſecundus $\frac{10100}{363}$. tertius $\frac{9410}{363}$.

9530.	Primus
4084.	Quintans + 6. ſubtrah.
5446.	
4234.	Septans tertij + 8. Addend.

9680. Pri-

5374.	
4306.	Septans tertij + 8, Addend.
9680.	Primus acceptis & datis
9786.	Secundus
4172.	Septans + 7, ſubtrah.
5614.	
4066.	Quintans primi + 6, Adden.
9680.	Secundus acceptis & datis
9814.	Tertius
4306.	Septans + 8, ſubtrah.
5508.	
4172.	Sextans ſecundi + 7, Addend.
9680.	Tertius acceptis & datis

Ex hac æquatione omnes partes, vltrò citròque acceptis & datis, ſunt æquales, nempe $\frac{9680}{363}$, ac etiam ipſarum ſumma $\frac{29040}{363}$ abſoluit 80 numerum pręſcriptum; ſed ſolutio facta eſt duplici hypoſtaſi;

AD SOLVTIONEM igitur huius Quæſtionis ex vnica hypoſtaſi determinandam, ita Zeteſim ordino & propono.

E Primus

Primus numerus seu prima pars esto A, à qua si dedu catur $\frac{A}{5}$ + C, hoc est quintans + C, supererit $\frac{A4}{5}$ — C, sed quia omnes partes, vltrò citròque acceptis & datis debent esse æquales, nempe comprehendere trientem ipsius B numeri præscripti, quare à $\frac{B}{3}$ sub tractis $\frac{A4}{5}$ — C, remanebunt, $\frac{B}{3} - \frac{A4}{5}$ + C, hoc est septans tertij + G,

A.	Primus
$\frac{A}{5}$ + C,	Quintans + C, subtrah.
$\frac{A4}{5}$ — C,	
$\frac{B}{3} - \frac{A4}{5}$ + C,	Septans tertij + G, Addend.
$\frac{B}{3}$	Triens numeri præscripti

cum itaque $\frac{B}{3} - \frac{A4}{5}$ + C, sit septans tertij + G, au feratur G, & prodibit septans tertij absolutus, $\frac{B}{3}$ — $\frac{A4}{5}$ + C — G, quare tertius erit, $\frac{B7}{3} - \frac{A28}{5}$ + C 7 — G 7, à quo si subtrahatur sui septans + G, remanebit, $\frac{B6}{3} - \frac{A24}{5}$ + C 6 — G 7, quo etiam à numeri dati triente sublato, apparebit reliquus — $\frac{B5}{3}$ + $\frac{A24}{5}$ — C 6 + G 7, id est sextans secundi + D,

$\frac{B7}{3} - \frac{A28}{5}$ + C 7 — G 7, Tertius,	
$\frac{B}{3} - \frac{A4}{5}$ + C,	Septans + G, subtrah.
$\frac{B6}{3} - \frac{A24}{5}$ + C 6 — G 7,	
— $\frac{B5}{3}$ + $\frac{A24}{5}$ — C 6 + G 7,	Sextãs secũdi + D, Add.
$\frac{B}{3}$	Triens numeri pręscripti

Demum

Demum ſi ſumma primi & tertij, $\frac{B\,7}{3} - \frac{A\,23}{5} + C\,7 - G\,7$, dematur à numero aſſignato *B*, habebitur ſecundus, $-\frac{B\,4}{3} + \frac{A\,23}{5} - C\,7 + G\,7$,

$-\frac{B\,4}{3} + \frac{A\,23}{5} - C\,7 + G\,7$, *S*ecundus

$-\frac{B\,5}{3} + \frac{A\,24}{5} - C\,6 + G\,7$, *S*extans $+$ D, ſubtrah.

$\frac{B}{3} - \frac{A}{5} - C$,

$\frac{A}{5} + C$, Quintans primi $+$ C, Addend.

$\frac{B}{3}$ Triens numeri præſcripti

Hi ſunt igitur numeri adinuenti,

A, Primus

$-\frac{B\,4}{3} + \frac{A\,23}{5} - C\,7 + G\,7$, *S*ecundus

$\frac{B\,7}{3} - \frac{A\,28}{5} + C\,7 - G\,7$, Tertius

ſumma. B Numerus prę́ſcriptus

Adinuenimus ergo omnes tres partes, quæ vltrò citròque acceptis & datis, æquales exiſtunt, ac ipſarum adgregatum componit numerum præſcriptũ, ſed nunc de æquatione cogitandum, ad quam inueniendam ita ratiocinor; ſextans ſecundi $+$ D, fuit adinuentus $-\frac{B\,5}{3} + \frac{A\,24}{5} - C\,6 + G\,7$, à quo ſi dematur D, erit ſextans abſolutus $-\frac{B\,5}{3} + \frac{A\,24}{5} - C\,6 + G\,7 - D$, igitur ſecundus ipſe $-\frac{B\,30}{3} + \frac{A\,144}{5} - C\,36 + G\,42 - D\,6$, ſed ſecundus ex altera Zeteſi erat $-\frac{B\,4}{3} + \frac{A\,23}{5} - C\,7 + G\,7$, quare $-\frac{B\,4}{3} + \frac{A\,23}{5} - C\,7 + G\,7$, erit æqualis $-\frac{B\,30}{3} + \frac{A\,144}{5} - C\,36 + G\,42 - D\,6$, & ęquatione ordinata.

$$\frac{B\,130 + C\,435 - G\,525 + D\,90}{363}$$ æquabitur A.

*S*it, B 80, C 6, D 7, G 8, & fit A $\frac{9440}{363}$, nempe primus; $\frac{9786}{363}$ ſecundus & $\frac{9814}{363}$ tertius ijdem numeri, quos *S*teuinus duplici hypoſtaſi priùs adinuenerat, abſoluimus igitur Problema ex unica hypoſtaſi, ut ab initio fuerat imperatum.

Quod ſi cuipiam hi numeri arriſerint, poterit ſecundùm ipſos Diophantum réſtituere, donec meliores & textui fortè congruentiores ueſtigauerit.

Zeteſis Diophanti reſtituta

*S*tatuemus primum: 5 *N*, à quo ſi dematur, 1 *N* + 6, hoc eſt quintans & amplius, 6, ſupererunt, 4 N − 6 quibus à 26 $\frac{2}{3}$ deductis, hoc eſt à triente numeri dati, 80, erit reliquus, 32 $\frac{2}{3}$ − 4 *N*, & hic eſt ſeptans tertij & preterea, 8, habet itaque primus acceptis & datis, 26 $\frac{2}{3}$, tantundem ergo reliqui, etiã dato receptoque quod imperabatur, habebunt; Abs 32 $\frac{2}{3}$ − 4 N ſublatis 8, quod reſtat, 24 $\frac{2}{3}$ − 4 *N* ſeptans erit tertij, eſt ergo tertius, 172 $\frac{2}{3}$ − 28 *N*, qui multatus ſui ſeptante & amplius, 8, habebit ſummam, 140 − 24 N, quæ à triente præſcricto ſubtracta derelinquet, 24 *N* − 113 $\frac{1}{3}$, putà ſextantem ſecundi & præterea, 7, & hic quoque tertius acceptis

&

& datis habet, $26\frac{2}{3}$. Demum si summa primi & tertij, $172\frac{2}{3} - 23$ N, à numero præscripto 80 deducatur, prosiliet secundus, $23\,N - 92\frac{2}{3}$, qui acceptis & datis vt reliqui possidebit, $26\frac{2}{3}$: Cum itaque sextans secundi sublatis, 7, sit $24\,N - 120\frac{1}{3}$, erit secundus ipse, $144\,N - 722$, sed fuit quoque adinuentus, $23\,N - 92\frac{2}{3}$, quare $144\,N - 722$ ęquales erunt, $23\,N - 92\frac{2}{3}$, & reducta æquatione, 363 N æquabũtur 1888, & r N valet $\frac{1888}{363}$. est ergo primus $\frac{9440}{363}$, secundus $\frac{9786}{363}$, tertius $\frac{9814}{363}$.

FINIS.

COPIA.

GLI Eccellentissimi Signori Capi dell' Eccelso Consiglio di X. infrascritti, hauuta fede dalli Sig. Reformatori del Studio di Padoua, per relatione à loro fatta dalli due a questo deputati, cioè dal Reuerendo Padre Inquisitor, et dal Circ. fed. Secretario del Senato Gio. Marauegli a con giuramento, che nel libro intitolato ad Problema Geometricum, Ioannis Camilli Gloriosi Responsum, non vi è cosa contra le leggi, & è degno di stampa, concedono licentia, che possa esser stampato in questa Città.

Dat. die 15. Nouemb. 1612.

D. Andrea Minotto.
D. Piero Moresini.
D. Z. Giacomo Graden.
} Capi dell' Eccelso Consiglio di X.

Illustriss. Consilij X. Secr.
Barth. Cominus.

1612. à di 22. Nouemb.
Reg. in libro à cart. 118.

Ant. Lauredanus offic.
con. Blasph.

9680.	Primus acceptis & datis
10200.	Secundus
4241.	Sextans + 7. ſubtrah.
5959.	
4084.	Quintans primi + 6, Addend.
10043.	Secundus acceptis & datis
9310.	Tertius
4234.	Septans + 8. ſubtrah.
5076.	
4241.	Sextans ſecundi + 7. Addend.
9317.	Tertius acceptis & datis

hic etiam inter partes vltrò citròq; acceptis & datis inæqualitas conſiſtit, nempe. $\frac{9680}{363}$. $\frac{10043}{363}$. $\frac{9317}{363}$. quamuis ipſarum ſumma $\frac{29040}{363}$ conficiat. 80.

Examen ſecundùm Steuinum, Tomo quinto Mathematicorum Hypomnematum in principio.

9440.	Primus
4066.	Quintans + 6, ſubtrah.

5374 Sep-

5374.	
4306.	Septans tertij + 8, Addend.
9680.	Primus acceptis & datis
9786.	Secundus
4172.	Septans + 7, ſubtrah.
5614.	
4066.	Quintans primi + 6, Adden.
9680.	Secundus acceptis & datis
9814.	Tertius
4306.	Septans + 8, ſubtrah.
5508.	
4172.	Sextans ſecundi + 7, Addend.
9680.	Tertius acceptis & datis

Ex hac æquatione omnes partes, vltrò citròque acceptis & datis, ſunt æquales, nempe $\frac{9680}{363}$, ac etiam ipſarum ſumma $\frac{29040}{363}$ abſoluit 80 numerum præſcriptum; ſed ſolutio facta eſt duplici hypoſtaſi;

AD SOLVTIONEM igitur huius Quæſtionis ex vnica hypoſtaſi determinandam, ita Zeteſim ordino & propono.

Demum si summa primi & tertij, $\frac{B7}{3} - \frac{A23}{5} + C7 - G7$, dematur à numero assignato *B*, habebitur secundus, $-\frac{B4}{3} + \frac{A23}{5} - C7 + G7$,

$-\frac{B4}{3} + \frac{A23}{5} - C7 + G7$,	*S*ecundus
$-\frac{B5}{3} + \frac{A24}{5} - C6 + G7$,	*S*extans + D, subtrah:
$\frac{B}{3} - \frac{A}{5} - C$,	
$\frac{A}{5} + C$,	Quintans primi + C, Addend.
$\frac{B}{3}$	Triens numeri præscripti

Hi sunt igitur numeri adinuenti,

A,	Primus
$-\frac{B4}{3} + \frac{A23}{5} - C7 + G7$,	*S*ecundus
$\frac{B7}{3} - \frac{A28}{5} + C7 - G7$,	Tertius
summa. B	Numerus pręscriptus

Adinuenimus ergo omnes tres partes, quæ vltrò citròque acceptis & datis, æquales existunt, ac ipsarum adgregatum componit numerum præscriptũ, sed nunc de æquatione cogitandum, ad quam inueniendam ita ratiocinor; sextans secundi + D, fuit adinuentus $-\frac{B5}{3} + \frac{A24}{5} - C6 + G7$, à quo si dematur D, erit sextans absolutus $-\frac{B5}{3} + \frac{A24}{5} - C6 + G7 - D$, igitur secundus ipse $-\frac{B30}{3} + \frac{A144}{5} - C36 + G42 - D6$, sed secundus ex altera Zetesi erat $-\frac{B4}{3} + \frac{A23}{5} - C7 + G7$, quare $-\frac{B4}{3} + \frac{A23}{5} - C7 + G7$, erit æqualis $-\frac{B30}{3} + \frac{A144}{5} - C36 + G42 - D6$, & ęquatione ordinata.

E 2 B 1.30

$$\frac{B\,130 + C\,435 - G\,525 + D\,90}{363} \text{ æquabitur } A.$$

Sit, B 80, C 6, D 7, G 8, & fit A $\frac{9410}{363}$, nempe primus; $\frac{9786}{363}$ ſecundus & $\frac{9814}{363}$ tertius ijdem numeri, quos Steuinus duplici hypoſtaſi priùs adinuenerat, abſoluimus igitur Problema ex unica hypoſtaſi, ut ab initio fuerat imperatum.

Quod ſi cuipiam hi numeri arriſerint, poterit ſecundùm ipſos Diophantum rèſtituere, donec meliores & textui fortè congruentiores ueſtigauerit.

Zeteſis Diophanti reſtituta

Statuemus primum: 5 *N*, à quo ſi dematur, 1 *N* + 6, hoc eſt quintans & amplius, 6, ſupererunt, 4 N — 6 quibus à 26 $\frac{2}{3}$ deductis, hoc eſt à triente numeri dati, 80, erit reliquus, 32 $\frac{2}{3}$ — 4 *N*, & hic eſt ſeptans tertij & prętерea, 8, habet itaque primus acceptis & datis, 26 $\frac{2}{3}$, tantundem ergo reliqui, etiã dato receptoque quod imperabatur, habebunt; Abs 32 $\frac{2}{3}$ — 4 N ſublatis 8, quod reſtat, 24 $\frac{2}{3}$ — 4 *N* ſeptans erit tertij, eſt ergo tertius, 172 $\frac{2}{3}$ — 28 *N*, qui multatus ſui ſeptante & amplius, 8, habebit ſummam, 140 — 24 N, quæ à triente præſcricto ſubtracta derelinquet, 24 *N* — 113 $\frac{1}{3}$, putà ſextantem ſecundi & prætérea, 7, & hic quoque tertius acceptis

&

& datis habet, 26 $\frac{2}{3}$. Demum si summa primi & tertij, 172 $\frac{2}{3}$ — 23 N, à numero præscripto 80 deducatur, prosiliet secundus, 23 *N* — 92 $\frac{2}{3}$, qui acceptis & datis vt reliqui possidebit, 26 $\frac{2}{3}$: Cum itaque sextans secandi sublatis, 7, sit 24 *N* — 120 $\frac{1}{3}$, erit secundus ipse, 144 N — 722, sed fuit quoque adinuentus, 23 *N* — 92 $\frac{2}{3}$, quare 144 N — 722 ęquales erunt, 23 N — 92 $\frac{2}{3}$, & reducta æquatione, 363 N æquabũtur 1888, & 1 *N* valet $\frac{1888}{363}$. est ergo primus $\frac{9440}{363}$, secundus $\frac{9786}{363}$, tertius $\frac{9814}{363}$.

FINIS.

C O P I A.

GLI Eccellentissimi Signori Capi dell' Eccelso Consiglio di X. infrascritti, hauuta fede dalli Sig. Reformatori del Studio di Padoua, per relatione à loro fatta dalli due a questo deputati, cioè dal Reuerendo Padre Inquisitor, et dal Circ. fed. Secretario del Senato Gio. Marauegli a con giuramento, che nel libro intitolato ad Problema Geometricum, Ioannis Camilli Gloriosi Responsum, non vi è cosa contra le leggi, & è degno di stampa, concedono licentia, che possa esser stampato in questa Città.

Dat. die 15. Nouemb. 1612.

D. Andrea Minotto.
D. Piero Moresini.
D. Z. Giacomo Graden.
} Capi dell'Eccelso Consiglio di X.

Ilustriss. Consilij X. Secr.
Barth. Cominus.

1612. à di 22. Nouemb.
Reg. in libro à cart. 118.

Ant. Lauredanus offic. con. Blasph.

